**«УТВЕРЖДАЮ»**

Проректор по науке

и цифровому развитию

МГТУ им. Н.Э. Баумана

д.э.н., профессор П.А. Дроговоз

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

**федерального государственного бюджетного образовательного**

**учреждения высшего образования**

**«Московский государственный технический университет**

**имени Н.Э. Баумана**

**(национальный исследовательский университет)»**

**(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

Диссертация «Математические модели нелокальной термоупругости и их численная реализация» выполнена в МГТУ им. Н.Э. Баумана на кафедре прикладной математики.

В период подготовки диссертации Соколов Андрей Александрович являлся аспирантом очного отделения аспирантуры кафедры прикладной математики МГТУ им. Н.Э. Баумана.

В 2021 г. окончил федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»; присуждена степень магистра по направлению подготовки — Прикладная математика. Диплом 107718 1249466, выдан 30 июня 2021 г., рег. № 26/ФН.

Справка о сдаче кандидатских экзаменов выдано в 2024 г. в Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана.

Научный руководитель — доктор физико-математических наук, доцент Савельева Инга Юрьевна, работает в должности исполняющего обязанности заведующего кафедрой прикладной математики в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)».

Окончательная тема диссертации утверждена нa заседании Ученого совета научно-учебного комплекса «Фундаментальные науки» МГТУ им. Н.Э. Баумана \_\_ \_\_\_\_\_\_ 2024 года, протокол № \_\_.

По результатам обсуждения диссертации «Математические модели нелокальной термоупругости и их численная реализация» принято следующее заключение.

**Актуальность** темы диссертационной работы связана с тем, что задачи термоупругости возникают в самых разных областях инженерного дела: аэрокосмической отрасли, строительстве, микроэлектронике и многих других. Передовые технологии таких отраслей, как правило, тесно связаны с созданием новых материалов. При этом часто требования уже настолько высоки, что при их создании необходимо учитывать молекулярную структуру материала, напрямую влияющую на свойства среды. Такие материалы принято называть структурно-чувствительными.

Важным этапом в создании новых материалов является построение математической модели, способной адекватно описывать их поведение. Классические материалы можно описать моделями механики сплошной среды, однако, когда речь идет о структурно-чувствительных материалах, где величина структуры не превышает нескольких десятков нанометров, гипотеза сплошности нарушается, из-за чего приходится прибегать к другим моделям, например, моделям молекулярной динамики или статистическим моделям. Анализ такого рода моделей очень ограничен без численного эксперимента, а для проведения полноценного эксперимента необходимы большие вычислительные мощности, которые не всегда доступны исследователю. В связи с этим в середине XX века набирают популярность модели обобщённой механики сплошной среды, которые могут учесть такие явления, как микровращения отдельных зёрен материала, микродислокации, различные дальнодействующие и многие другие масштабные эффекты.

В диссертационной работе рассмотрен класс моделей, обеспечивающих описание дальнодействующих эффектов путём обобщения классических уравнений механики сплошной среды и представлении их в интегро-дифференциальной форме. Такие модели принято называть нелокальными, а их разработка активно велась в рамках работ следующего списка авторов: E. Kroner, D.G.B. Edelen, A.C. Eringen, D. Rogula, S.B. Altan, C. Polizzotto, A.A. Pisano, В.В. Васильев, С.А. Лурье, С.Л. Соболев, В.С. Зарубин, Г.Н. Кувыркин, И.Ю. Савельева и многие другие.

В практических приложениях на основе математической модели необходимо решать большую серию задач, не все из них обладают аналитическими решениями. В связи с этим необходимо развивать подходы с использованием численных методов решения уравнений с последующей реализацией в виде программного комплекса. В диссертационной работе этому аспекту уделено особое внимание. За основу численной схемы был взят метод конечных элементов, его реализация стала частью программного комплекса NonLocFEM.

**Научная новизна** диссертации заключается в следующем:

1. Предложены новые эффективные численные алгоритмы для задач нелокальной теплопроводности и нелокальной термоупругости на основе метода конечных элементов, которые обладают хорошей масштабируемостью и предназначены для вычислений на многопроцессорных вычислительных машинах с общей и распределённой памятью.
2. Разработан собственный программный комплекс NonLocFEM (регистранционный номер №2021661966), в котором реализованы все представленные в работе алгоритмы и методы для моделирования поведения структурно-чувствительных материалов.
3. Получены новые результаты в задачах с известными для классической постановки решениями, установлены закономерности, свидетельствующие о снижении роли концентраторов в распределениях полей напряжений и плотности теплового потока.
4. Исследованы границы спектров собственных чисел матриц и установлены связи между спектрами матриц, ассемблированных в классической и нелокальной постановках.

**Достоверность и обоснованность научных результатов** гарантирована строгостью и полнотой использования возможностей математического аппарата, сравнением результатов многочисленных расчетов с известными аналитическими решениями и данными полученными ранее другими авторами.

**Практическая ценность** моделей, рассмотренных в диссертации, состоит в возможности описания поведения термомеханических состояний структурно-чувствительных материалов. Параметры модели очевидным образом влияют на решения, что дает возможность точно настраивать модель для применения на практике. Разработанный программный комплекс, в котором реализованы численные алгоритмы исследования новых моделей, позволит проводить расчёты на произвольных областях со всеми рассматриваемыми в модели параметрами, а благодаря открытому исходному коду и модульной структуре существует возможность редактировать существующие постановки и добавлять новые модификации математической модели.

**Апробация результатов**. проводилась в обсуждениях на следующих конференциях: Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатикии и механики» (Воронеж, 2019, 2021); Международная конференция «International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics» (Родос, Греция, 2021); Международная научная конференция «Фундаментальные и Прикладные Задачи Механики» (Москва, 2021); Всероссийская конференция по численным методам решения задач теории упругости и пластичности (Красноярск, 2023); Международная конференция «Математическое моделирование, численные методы и инженерное программное обеспечение» (Москва, 2023).

Диссертация является составной частью фундаментальных исследований, выполненных в рамках грантов: 0705-2020-0047 «Теория дифференциальных уравнений, краевые задачи, связанные задачи анализа и теории приближений и некоторые их приложения»; FSFN-2023-0012 «Разработка математических моделей и методов проектирования изделий ракетно-космической техники из перспективных конструкционных и функциональных материалов»; FSFN-2024-0004 «Разработка математических моделей термодеформирования, численных методов их анализа и методов проектирования изделий из перспективных конструкционных и функциональных материалов».

**Личный вклад.** Все исследования, результаты которых изложены в диссертационной работе, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в диссертацию включен лишь тот материал, который непосредственно принадлежит соискателю, заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

**Основные научные результаты диссертации отражены** в 5 научных работах, 2 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК РФ, 3 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus. Зарегистрирована 1 программа для ЭВМ.

1. Kuvyrkin G. N., Savelyeva I. Y., Sokolov A. A. Features of the software implementation of the numerical solution of stationary heat equation taking into account the effects of nonlocal finite element method // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1479. No. 1. (0.4 п.л./0.2 п.л.)
2. Kuvyrkin G. N., Savelyeva I. Y., Sokolov A. A. 2D nonlocal elasticity: In vestigation of stress and strain fields in complex shape regions // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2023. Vol. 103. No. 3. (0.6 п.л./0.3 п.л.)
3. Кувыркин Г. Н., Соколов А. А. Принцип Сен-Венана в задачах нело­кальной теории упругости // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2023. Т. 109. № 4. С. 4—17. (0.55 п.л./0.3 п.л.)
4. Mathematical modeling of insulating coating of thermal conductivity in cluding body`s own radiation and non-local spatial effects / A. A. Sokolov [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. 2024. Vol. 2817. No. 1. P. 12—28. (0.35 п.л./0.1 п.л.)
5. Кувыркин Г. Н., Соколов А. А. Решение задачи о напряженно-деформированном состоянии пластины с эллиптическим вырезом при механических и температурных нагружениях в нелокальной постановке // Прикладная механика и техническая физика. 2024. № 4. С. 193—203. (0.4 п.л./0.2 п.л.)
6. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2021661966. NonLocFEM / А. А. Соколов, И. Ю. Савельева. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 20.07.2021.

В работе [1] Соколовым А.А. разработан алгоритм решения двумерного интегро-дифференциального уравнения нелокальной теплопроводности, проанализирована алгоритмическая сложность и решена задача теплопроводности о прохождении теплового потока сквозь прямоугольную пластину. В работе [2] Соколов А.А. рассмотрел задачу нелокальной упругости, в которой изучал особенности решений на области со ступенчатым переходом, где были выявлены особенности, связанные с полем деформации в окрестности концентратора решений. В работе [3] Соколовым А.А. изучена применимость принципа Сен-Венана к модели нелокальной упругости, в работе [4] — модель двумерной нелокальной теплопроводности с радиационным излучением на границе, а в работе [5] — нелокальная задача Кирша с обобщением на эллиптические вырезы; также в данной работе был проведён анализ температурных напряжений возникающих на той же области при прохождении через неё теплового потока. Все исследования были выполнены при помощи разработанного автором программного комплекса NonLocFEM [6].

**Заключение.** Диссертация «Математические модели нелокальной термоупругости и их численная реализация» Соколова Андрея Александровича является самостоятельно выполненной, завершенной научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение в области математического моделирования нелокальной термомеханики.

Тема и содержание диссертации «Математические модели нелокальной термоупругости и их численная реализация» Соколова Андрея Александровича полностью удовлетворяют требованиям выбранной специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Диссертация соответствует критериям, установленным Положением о присуждении ученых степеней, утвержденным постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842, и рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Заключение принято на заседании кафедры прикладной математики МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Присутствовало на заседании \_\_ чел. Результаты голосования: «за» – \_\_ чел., «против» — нет, «воздержалось» — нет (протокол № \_\_ от \_\_ \_\_\_\_\_ 2024 года).

Исполняющий обязанности

заведующего кафедрой Савельева

прикладной математики, Инга Юрьевна

д.ф.-м.н., доцент